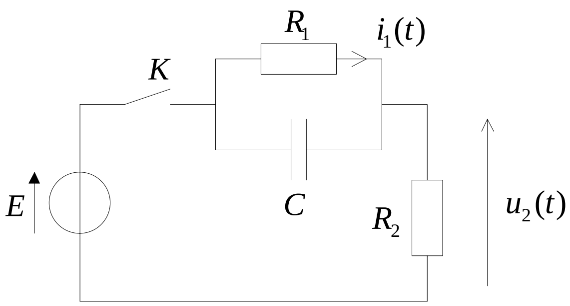
-EXERCICE 3.1-

• ENONCE :

« Circuit du 1^er ordre à plusieurs mailles »



Le condensateur C est initialement déchargé.
A t=0, on ferme l'interrupteur K.

1) Déterminer la loi $i_1(t)$ et tracer la courbe correspondante.

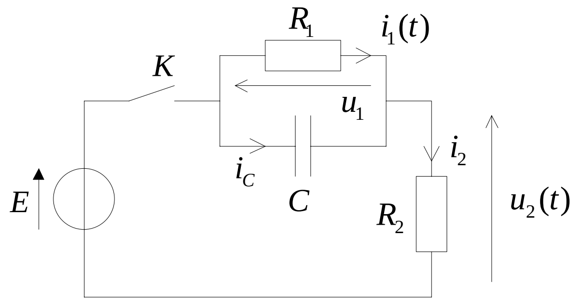
2) En déduire l'expression de $u_2(t)$ et la représenter.

3) Retrouver directement les valeurs de $u_2(0)$ et $u_2(\infty)$.

• CORRIGE :

«Circuit du 1er ordre à plusieurs mailles »

1)



La loi des mailles donne:

$E = u_1 + u_2$ avec: $u_1 = R_1 i_1$ et $u_2 = R_2 i_2$

La loi des noeuds fournit:

$i_2 = i_1 + i_C$ avec $i_C = C \times \dfrac{du_1}{dt}$

Il vient donc pour $t \geq 0$: $E = R_1 i_1 + R_2(i_1 + i_C) = (R_1 + R_2)i_1 + R_1 R_2 C \times \dfrac{di_1}{dt}$; en posant $\boxed{\tau = \dfrac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2}}$,

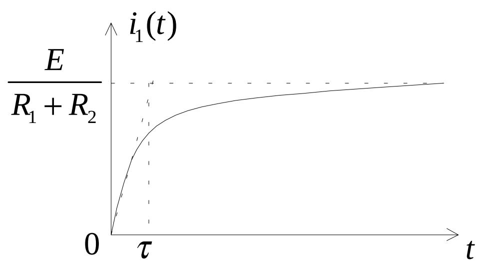
on obtient : $\boxed{\dfrac{di_1(t)}{dt} + \dfrac{i_1(t)}{\tau} = \dfrac{E}{R_1 R_2 C}}$

• La solution particulière de l'équation différentielle précédente (linéaire, du 1er ordre, à coefficients constants, avec second membre) a même forme mathématique que le second membre $\Rightarrow$ elle est elle-même constante $\Rightarrow \dfrac{di_{1part}}{dt} = 0 \Rightarrow i_{1part} = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$.

• La solution générale de l'équation homogène associée (sans second membre) s'écrit :

$i_{1ssmb}(t) = A\exp(-t/\tau)$ $\Rightarrow$ finalement : $i_1(t) = \dfrac{E}{R_1 + R_2} + A\exp(-t/\tau)$

• La tension aux bornes d'un condensateur étant **continue**, on a $u_1(0^-) = u_1(0^+) = 0$ $\Rightarrow$ on en déduit que : $i_1(0^+) = \dfrac{u_1(0^+)}{R_1} = 0 = A + \dfrac{E}{R_1 + R_2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{A = -\dfrac{E}{R_1 + R_2}}$ D'où :

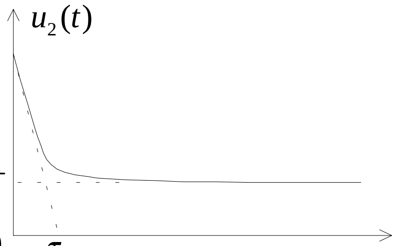


$$\boxed{i_1(t) = \frac{E}{R_1 + R_2} \times [1 - \exp(-t/\tau)]}$$

2) La tension $u_2(t)$ s'obtient à partir de : $u_2(t) = E - R_1 i_1(t)$ $\Rightarrow$ $\boxed{u_2(t) = E \times \dfrac{R_2 + R_1\exp(-t/\tau)}{R_1 + R_2}}$

On remarque que:

$u_2(0) = E$ et $u_2(\infty) = E \times \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$ $\Rightarrow$



3) La loi des mailles permet d'écrire :

$u_2(0^+) = E - u_1(0^+)$; or, comme précédemment signalé, on a $u_1(0^-) = u_1(0^+) = 0$ (continuité de la tension aux bornes d'un condensateur) $\Rightarrow$ $\boxed{u_2(0^+) = E}$

• Au bout d'un temps très long devant la constante de temps τ du circuit, les grandeurs n'évoluent plus $\Rightarrow$ le courant qui traverse le condensateur C (obtenu par dérivation temporelle) **tend vers zéro** $\Rightarrow$ les résistances R_1 et R_2 se retrouvent en **série** ; on peut alors utiliser la relation du « diviseur de tension » pour trouver : $\boxed{u_2(\infty) = E \times \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}}$.